

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

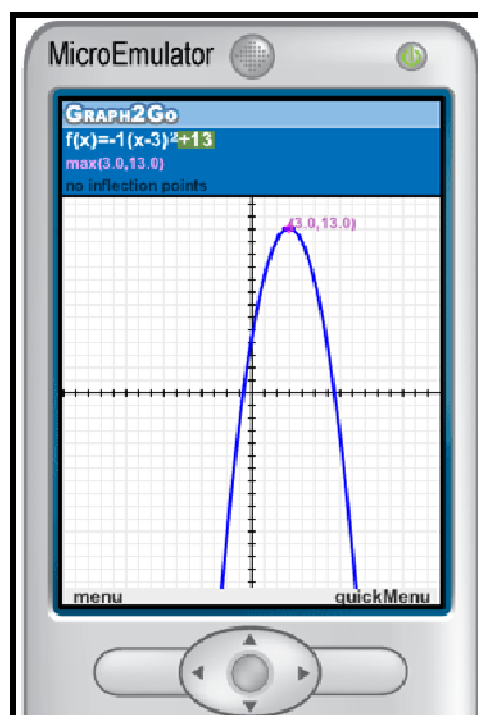
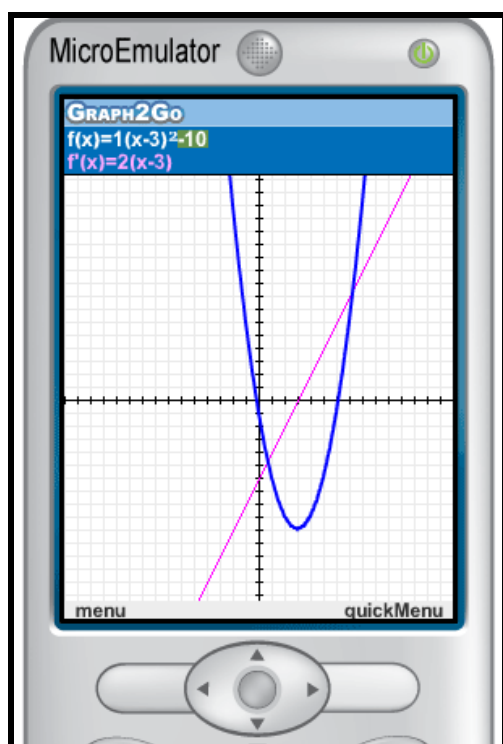
Secretaria de Educação
Profissional e Tecnológica

Ministério
da Educação



DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO/GERÊNCIA DE PESQUISA
PROJETO: TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM
DE MATEMÁTICA

Estudo de Funções: Transformações Gráficas com Graph2Go



Silvia Cristina Freitas Batista

Campos dos Goytacazes /RJ
Novembro - 2009

❖ Seção 1

A primeira seção deste material contém informações básicas sobre o Graph2Go, um aplicativo para Matemática, próprio para celular. Este foi desenvolvido por Michal Yerushalmy e Arik Weizman, da Universidade de Haifa, Israel, no âmbito do projeto Math4Mobile.

O Math4Mobile é um projeto do Instituto para Alternativas em Educação, da Universidade de Haifa. Na página do projeto (<http://www.math4mobile.com/>), estão disponíveis, para *download*, outros quatro aplicativos, além do Graph2Go. Todos são gratuitos (para uso não comercial), em Java (J2ME), e destinados ao estudo investigativo de diversos conceitos matemáticos, por meio do celular.

O Graph2Go (Figura 1) opera como uma calculadora gráfica, para um dado conjunto de funções, permitindo estabelecer conexões entre representações gráficas e algébricas, por meio de transformações dinâmicas. Utilizando as setas Direita/Esquerda do teclado do celular, é possível escolher o coeficiente da função a ser alterado. Com as setas pra cima/prá baixo, aumenta-se e diminui-se, respectivamente, o valor do coeficiente escolhido. Por exemplo, a figura 1a mostra o gráfico de uma parábola que representa uma dada função do segundo grau. Alterando os coeficientes desta função, obtém-se a parábola mostrada na figura 1b.

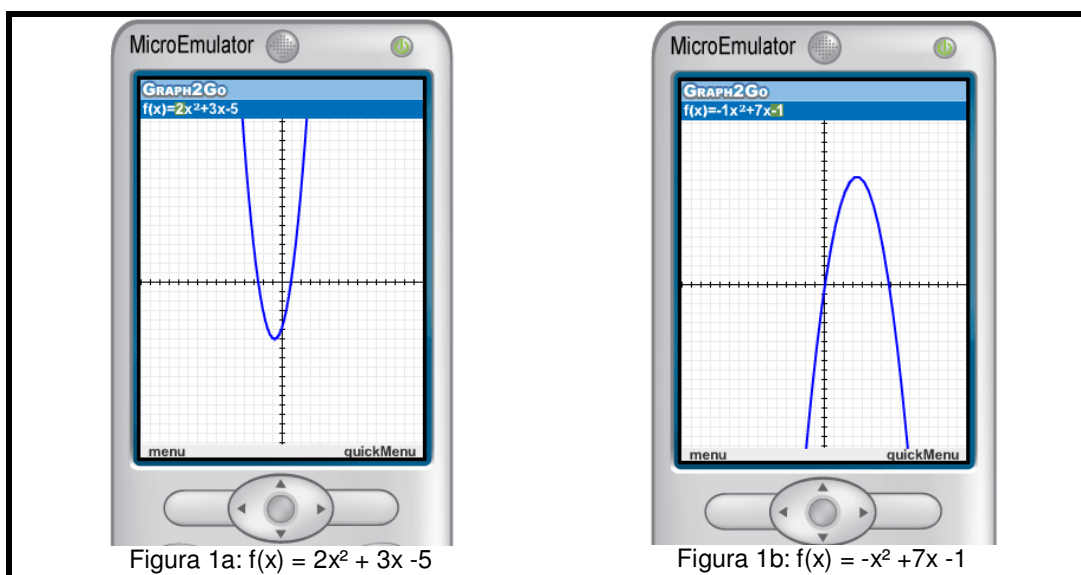


Figura 1: Aplicativo Graph2Go - Projeto Math4Mobile

Instruções

• Tela Gráfica

→ Chaves Direita/Esquerda: permitem escolher um coeficiente. Se o aplicativo estiver em modo de “Integral” estas chaves permitem, ainda, selecionar o coeficiente “C”.

→ Chaves Para Cima/Para Baixo: permitem aumentar e diminuir, respectivamente, o valor do coeficiente selecionado.

→ Chave Central: mostra a listagem de coeficientes, permitindo alterar o valor de qualquer um deles. Além disso, permite alterar a precisão de subida/descida (o padrão é de 1 em 1 unidade, mas pode ser alterado para 10; 0,1 ou 0,01).

→ Chave 0 (Zero): exhibe/oculta o quickMenu.

→ Chave 1: exhibe um conjunto de coeficientes aleatórios (se não estiver no modo "Integral").

→ Chaves 1/7: em modo "integral", estas chaves são utilizadas para mover o limite esquerdo da área sob a curva, de acordo com a precisão estabelecida (a chave 1 diminui, a 7 aumenta).

→ Chaves 3/9: em modo "integral", estas chaves são utilizadas para mover o limite direito da área sob a curva, de acordo com a precisão estabelecida (a chave 3 diminui, a 9 aumenta). Se estiver em modo "x values", as chaves 3/9 permitem aumentar/diminuir o valor de x, de acordo com a precisão estabelecida.

→ chave *: exhibe/oculta o menu principal.

→ Chave #: pressionada uma vez, exhibe as opções de função do menu principal. Pressionada duas vezes, exhibe informações do menu.

• quickMenu

As chaves Direita/Esquerda são utilizadas para alternar entre as opções desse menu. Pressione a tecla central para selecionar uma opção.

→ "Move Axes": as chaves Direita/Esquerda, Para Cima/Para Baixo movem os eixos para a posição desejada. A chave 7 permite retornar os eixos à posição inicial.

→ "Zoom": as chaves Para Cima/Para Baixo permitem dar Zoom mais/menos.

→ "Function": limpa todas as informações, exibindo apenas a função selecionada.

→ "Derivative": mostra a função derivada da função selecionada.

→ "Integral": mostra uma função integral da função selecionada, e o valor da área sob a curva, em um determinado intervalo.

→ "Min/Max/Inflection": mostra o ponto de mínimo, de máximo e o ponto de inflexão da curva da função selecionada.

→ "x Values": apresenta o valor da função para um dado valor de x.

❖ Seção 2

A 2ª parte deste material é composta de atividades abordando função do 2º grau (transformações gráficas), a serem desenvolvidas com o auxílio do Graph2Go.

Função do 2º Grau - Transformações Gráficas

1. Comparação da função $y = x^2$ com as funções da forma $y = x^2 + C$, sendo $C \in \mathbb{R}$.

a) No menu principal do Graph2Go, em “function templates”, selecione $f(x) = A(x - B)^2 + C$.

b) Altere o coeficiente A para 1 e o B para 0 (zero). Selecionando o coeficiente C e alterando convenientemente o seu valor, exiba o gráfico de cada uma das funções a seguir.

1.1 $y = x^2$

1.2 $y = x^2 + 2$

1.3 $y = x^2 + 4$

1.4 $y = x^2 - 3$

1.5 $y = x^2 - 1$

c) Sem utilizar o aplicativo, determine as coordenadas do vértice e o conjunto imagem de cada uma das parábolas esboçadas.

1.1 _____ 1.4 _____

1.2 _____ 1.5 _____

1.3 _____

d) Analisando o que foi realizado, descreva a transformação que o parâmetro **C**, das funções do tipo $y = x^2 + C$ ($C \in \mathbb{R}$), causa sobre o gráfico da função $y = x^2$?

e) Considere uma das funções do item b. Em quickmenu, selecione “Derivative”. Altere o valor de C e observe o gráfico da função derivada. O que é possível observar com relação à função derivada das funções do tipo $y = x^2 + C$ ($C \in \mathbb{R}$)?

2. Comparação da função $y = x^2$ com as funções do tipo $y = (x + B)^2$, sendo $B \in \mathbb{R}$.

a) Mantenha o coeficiente A como 1 e altere o C para 0 (zero). Selecionando o coeficiente B e alterando convenientemente o seu valor, exiba o gráfico de cada uma das funções a seguir.

2.1 $y = x^2$

2.2 $y = (x + 1)^2$

2.3 $y = (x + 3)^2$

2.4 $y = (x - 1)^2$

2.5 $y = (x - 2)^2$

b) Sem utilizar o aplicativo, determine as coordenadas do vértice e o conjunto imagem de cada uma das parábolas esboçadas.

2.1 _____ 2.4 _____

2.2 _____ 2.5 _____

2.3 _____

c) Analisando o que foi realizado, descreva a transformação que o parâmetro **B**, das funções do tipo $y = (x + \mathbf{B})^2$, sendo $\mathbf{B} \in \mathbb{R}$, causa sobre o gráfico da função $y = x^2$?

d) Considere uma das funções do item a. Em quickmenu, selecione “Derivative”. Altere o valor de B e observe o gráfico da função derivada. Apresente uma fórmula genérica, em função de B, para funções do tipo $y = (x + \mathbf{B})^2$, sendo $\mathbf{B} \in \mathbb{R}$.

3. Comparação da função $y = x^2$ com as funções do tipo $y = \mathbf{A}x^2$ sendo $\mathbf{A} \in \mathbb{R}_+^*$.

a) Trabalhe com os coeficientes B e C como 0 (zero). Selecionando o coeficiente A e alterando convenientemente o seu valor, exiba o gráfico de cada uma das funções a seguir.

3.1 $y = x^2$

3.3 $y = 0.1 x^2$

3.5 $y = 4.1 x^2$

3.2 $y = 0.5 x^2$

3.4 $y = 1.1 x^2$

b) Determine as coordenadas do vértice e o conjunto imagem de cada uma das parábolas esboçadas.

3.1 _____ 3.4 _____

3.2 _____ 3.5 _____

3.3 _____

c) Analisando o que foi realizado, descreva a transformação que o parâmetro **A**, das funções do tipo $y = \mathbf{A}x^2$ ($\mathbf{A} \in \mathbb{R}_+^*$), causa sobre o gráfico da função $y = x^2$?

d) Considere uma das funções do item a. Em quickmenu, selecione “Derivative”. Altere o valor de A e observe o gráfico da função derivada. Apresente uma fórmula genérica, em função de A, para funções do tipo $y = \mathbf{A}x^2$ ($\mathbf{A} \in \mathbb{R}_+^*$)?

4. Comparação da função $y = x^2$ com as funções do tipo $y = \mathbf{A}x^2$ sendo $\mathbf{A} \in \mathbb{R}_+^*$.

a) Trabalhe com os coeficientes B e C como 0 (zero) e altere o valor de A, sendo $\mathbf{A} \in \mathbb{R}_+^*$.

b) Determine as coordenadas do vértice e o conjunto imagem das funções do tipo $y = \mathbf{A}x^2$ sendo $\mathbf{A} \in \mathbb{R}_+^*$.

c) Descreva a transformação que o parâmetro **A**, das funções da forma $y = \mathbf{A}x^2$ ($\mathbf{A} \in \mathbb{R}_+^*$), causa sobre o gráfico da função $y = x^2$?

5. Determine o que se pede em cada item:

- a) utilizando o Graph2Go, exiba o gráfico de cada uma das funções a seguir;
- b) determine as coordenadas do vértice de cada parábola;
- c) determine o conjunto imagem de cada uma das funções;
- d) indique as transformações que ocorreram em relação à função $y = x^2$.

5.1 $y = (x - 3)^2 + 2$

5.2 $y = (x + 1)^2 - 4$

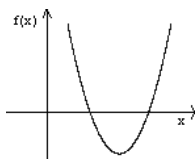
5.3 $y = 2(x + 1)^2 + 1$

5.4 $y = -\frac{1}{4}(x - 2)^2 + 3$

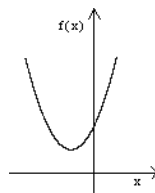
6. A partir das observações feitas nos exercícios anteriores, determine as coordenadas do vértice das parábolas que representam as funções da forma $y = \mathbf{A}(x + \mathbf{B})^2 + \mathbf{C}$, sabendo que $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^+$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}$ e $\mathbf{C} \in \mathbb{R}$.

7. (UFJF) O esboço do gráfico que melhor representa uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x - \mathbf{a})^2 - \mathbf{b}$, onde \mathbf{a} e \mathbf{b} são números reais positivos, é:

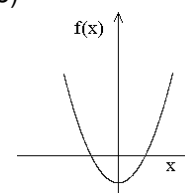
a)



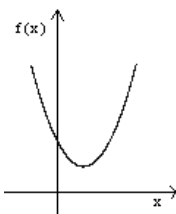
c)



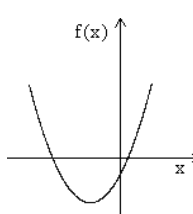
e)



b)



d)



❖ Seção 3

A 3ª parte deste material é composta de atividades relacionadas à função seno (transformações gráficas), a serem desenvolvidas com o auxílio do Graph2Go.

Transformações Gráficas Relacionadas à Função Seno

1- No menu principal do Graph2Go, em "function templates", selecione $f(x) = A\sin(Bx)$ e determine o conjunto imagem das funções abaixo:

- a) $y = \text{sen}x$: _____ d) $y = \text{sen}(2x)$: _____
b) $y = 2\text{sen}x$: _____ e) $y = \text{sen}(3x)$: _____
c) $y = 0,5\text{sen}x$: _____

2- Utilizando o Graph2Go, exiba, se necessário, o gráfico de cada função abaixo. Sabendo que a função $y = \text{sen}x$ é periódica, com período igual a 2π , determine o período destas funções:

- a) $y = 2\text{sen}x$: _____ d) $y = \text{sen}(3x)$: _____
b) $y = 0,5\text{sen}x$: _____ e) $y = \text{sen}(0,5x)$: _____
c) $y = \text{sen}(2x)$: _____

3) Determine o domínio, o conjunto imagem e o período da função $y = 4\text{sen}(0,2x)$:

4) Determine o domínio, o conjunto imagem e o período da função $y = -\text{sen}(4x)$:

5) Determine o domínio, o conjunto imagem e o período da função $y = -3\text{sen}(0,4x)$:

6) Considerando o estudo realizado com as funções quadráticas e o que foi analisado nesta seção, determine o conjunto imagem e o período das funções abaixo:

- a) $y = 2 + \text{sen}x$: _____
b) $y = 3 + 2\text{sen}x$: _____
c) $y = -1 - 2\text{sen}x$: _____
d) $y = 4 + 5\text{sen}(3x)$: _____
e) $y = \text{sen}(x + 3)$: _____
f) $y = \text{sen}(x - 4)$: _____
g) $y = 3\text{sen}(x + 2)$: _____
h) $y = 1 + 4\text{sen}(2x + 2)$: _____